serie N°2 3.M

EXERCICE N°1

Dans chacun des cas suivants, justifier la continuité de la fonction f en a.

1/ $f(x)=5x^7+2x^3-1$; $a=-\sqrt{7}$

2/ $f(x)=\dfrac{8x^5+3x^2+x-3}{5x^2-6x+1}$; $a=\dfrac{2}{5}$

3/ $f(x)=\sqrt{-3x+5}$; $a=0.45$

4/ $f(x)=5x^7-2x^3+\dfrac{2x}{6x-2}$; $a=1$

5/ $f(x)=\left(3x^4-2x\right)\sqrt{x^2-5x-6}$; $a=2$

EXERCICE N°2

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x+3} & \text{si } x\geq -3\\ 2x-2 & \text{si } x<-3\end{cases}$

1/ Tracer la courbe de f dans un repère $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

2/ Justifier la continuité de la fonction f sur $\left[-3,+\infty\right[$

3/ Justifier la continuité de la fonction f sur $\left]-\infty,-3\right[$

4/a) Déterminer graphiquement le point de discontinuité de f

b) En déduire le domaine de continuité de la fonction f.

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-10x^2-8x+10$

1/ Justifier que f est continue sur $\mathbb{R}$

2/ Montrer que l'équation f(x) = 0 admet au moins une solution dans chacun des intervalles :

$\left[-1,-2\right]$, $\left[0,2\right]$ et $\left[2,3\right]$

3/ En déduire le nombre de solution de l'équation f(x)=0 .

4/ Soit α la solution de l'équation f(x)=0, tel que $\alpha\in\left[0,2\right]$ donner un encadrement de α à 10^{-1} prés.

EXERCICE N°4

1/ Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $\sqrt{x^2+1}+x>0$

2/ Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}-2x$

a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

c) Montrer que f est décroissante sur $\left[0,1\right]$

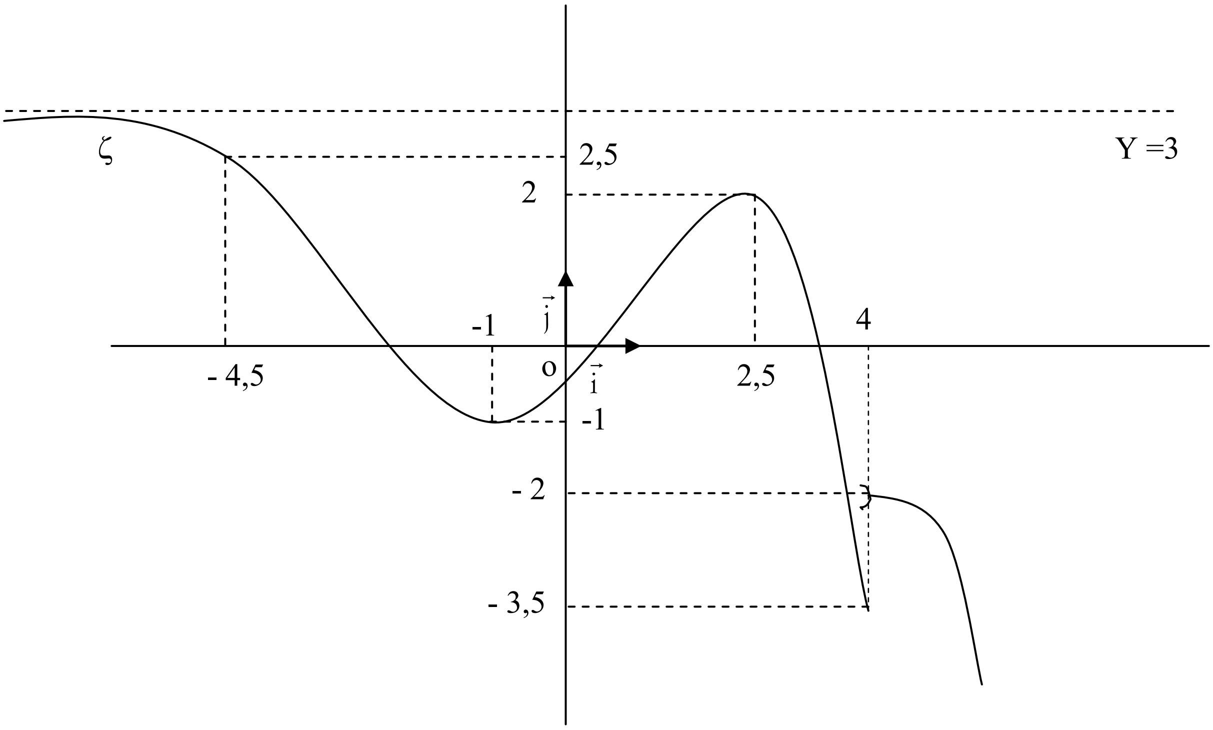
3/a) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une seule solution $\alpha\in\left[0,1\right]$

b) Donner un encadrement de α à 10^{-1} prés

4/ Déterminer le signe de f(x) pour $x\in\left[0,1\right]$

Exercice N5

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et on désigne par ζ sa courbe représentative dans un R.O.N $(o,\vec{i},\vec{j})$



1/a) Préciser les extremums de f en précisant leurs nature
b) Donner un majorant de f sur $\mathbb{R}$

2/ Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty,4]$

a) Donner les variations de g
b) Justifier que g est bornée par deux réels m et M à préciser

3/a) Etudier la continuité de f à droite et à gauche en 4
b) Déterminer le domaine de continuité de la fonction f

4/ Quelles sont les images par f des intervalles : $[-1;\ 2,5]$; $]-4,5;2,5[$ et $]-\infty;-1]$

5/ Discuter suivant les valeurs de k le nombre des solutions de l'équation : f(x)=k

Exercice N°6

Soit f la fonction définie par $f(x) = -\frac{1}{2}x + \sqrt{2x-1}$

1/ Déterminer l'ensemble de définition de
2/ Justifier que f est continue sur son domaine de définition
3 / Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution α dans $\left[\frac{1}{2},1\right]$